

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
Средняя общеобразовательная школа села Бурибай
муниципального района Хайбуллинский район
Республики Башкортостан

Рассмотрено на МО:


Байдавлетова Ф.Т.
Протокол №1
28 августа 2023 г.

Согласовано:


Васильченко О.В.
Зам.директора по УР
29 августа 2023 г.

Утверждено


Зброя Ю.А.
Приказ №255-ОД от
30 августа 2023 г.

**Рабочая программа
внеурочной деятельности «Олимпиадная математика»**

Направление
Уровень, класс
Срок реализации
Учитель

общеинтеллектуальное
основное общее образование, 8и класс
2023-2024 уч.год
Байдавлетова Ф.Т.

Пояснительная записка

Курс внеурочной деятельности «Методы решения олимпиадных задач» предназначен для учащихся 8-10 классов, которые интересуются олимпиадными задачами и участвуют в различных математических соревнованиях (дистанционных, заочных и др. олимпиадах). Данный курс можно использовать как для учащихся, изучающих математику на углубленном уровне, так и на базовом уровне. Содержание курса является дополнением к учебному материалу, характеризуется теми же базисными понятиями и их структурой, но не дублирует его и не выполняет функций дополнительных занятий.

Цель курса: ознакомление учащихся с основными методами решения олимпиадных задач, создание условий для углубления знаний учащихся по математике в процессе обучения основным подходам к решению олимпиадных задач.

Данная программа имеет своей целью подготовку учащихся 8 классов к математическим олимпиадам муниципального и регионального уровня, развитию у них нестандартного мышления, инициативности и творчества.

Задачи курса определены следующие:

формирование умения самостоятельного переноса знаний и умений в новую ситуацию, видения неизвестного в знакомой ситуации, видения структуры и новой функции объекта, самостоятельного комбинирования известных способов деятельности в новой ситуации, развитие альтернативного мышления.

Поставленные задачи реализуются с помощью системы специально подобранных упражнений, формируя соответствующий тип одаренности и одновременно отслеживая его формирование. Это задания, проверяющие и расширяющие информированность и кругозор; задания, направленные на определение уровня интеллектуального развития; задания, связанные с применением новых знаний и способов деятельности на основе творческого поиска.

Кроме того, содержание данного курса охватывает все типы олимпиадных задач. В программе большую роль играет знакомство учащихся с приемами и методами решения данных задач.

Помимо традиционных занятий предусматриваются групповые формы работы, формы вовлечения учащихся в самостоятельную познавательную деятельность, дискуссии, диалоги.

Общая характеристика учебного предмета

Олимпиадные задачи в 8 классах охватывают такие разделы математики, как теория чисел, планиметрия, алгебраические преобразования и текстовые задачи, но основную массу задач трудно отнести к какому-либо разделу математики, и классифицируются эти задачи скорее по методу, используемому в решении. Программа внеурочной деятельности построена по принципу постоянного обогащения предметного и интеллектуального опыта учащихся. Она неоднократно возвращает слушателей к задачам данного раздела математики, а также к изученному методу на более высоком уровне (по спирали). Большое внимание уделяется рассматриванию механизмов, лежащих в основе творчества и необходимых для решения нестандартных задач; методике достижения значимых результатов, а также систематизации рассмотренных нестандартных задач.

Описание места учебного предмета в учебном плане

«Олимпиадный курс по математике» в 8 классах реализуется за счёт внеурочной деятельности по выбору учащегося. 8 класс – 2 часа в неделю, итого 72 часа, итого 68 часов за год.

Планируемые результаты освоения учебного курса

Программа позволяет добиваться следующих результатов:

Личностные результаты:

- готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию;

- формирования коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, педагогами в образовательной, учебно- исследовательской, творческой и других видах деятельности;

- умения ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной речи, понимать смысл поставленной задачи;

- креативности мышления, инициативы, находчивости, активности при решении коммуникативных задач.

Метапредметные результаты:

познавательные универсальные учебные действия:

выпускник научится:

- умению осуществлять контроль по образцу и вносить необходимые коррективы.

выпускник получит возможность научиться:

- адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;

- умению устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения и выводы;

- умению понимать и использовать средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации.

регулятивные универсальные учебные действия:

выпускник научится:

- целеполаганию, включая постановку новых целей, преобразование практической задачи в познавательную;

- самостоятельно анализировать условия достижения цели на основе учёта выделенных учителем ориентиров действия в новом учебном материале;

- планировать пути достижения целей;

- устанавливать целевые приоритеты;

- уметь самостоятельно контролировать своё время и управлять им;

- принимать решения в проблемной ситуации на основе переговоров;

- осуществлять констатирующий и предвосхищающий контроль по результату и по способу действия; актуальный контроль на уровне произвольного внимания;

- адекватно самостоятельно оценивать правильность выполнения действия и вносить необходимые коррективы в исполнение как в конце действия, так и по ходу его реализации;

- основам прогнозирования как предвидения будущих событий и развития процесса.

Выпускник получит возможность научиться:

- самостоятельно ставить новые учебные цели и задачи;

- при планировании достижения целей самостоятельно, полно и адекватно учитывать условия и средства их достижения;

- выделять альтернативные способы достижения цели и выбирать наиболее эффективный способ;

- основам саморегуляции в учебной и познавательной деятельности в форме осознанного управления своим поведением и деятельностью, направленной на достижение поставленных целей;

- осуществлять познавательную рефлексия в отношении действий по решению учебных и познавательных задач;

- адекватно оценивать объективную трудность как меру фактического или предполагаемого расхода ресурсов на решение задачи;

- адекватно оценивать свои возможности достижения цели определённой сложности в различных сферах самостоятельной деятельности;

- основам саморегуляции эмоциональных состояний;

- прилагать волевые усилия и преодолевать трудности и препятствия на пути достижения целей.

Коммуникативные универсальны учебные действия:

Выпускник научится:

- учитывать разные мнения и стремиться к координации различных позиций в сотрудничестве;
- формулировать собственное мнение и позицию, аргументировать и координировать её с позициями партнёров в сотрудничестве при выработке общего решения в совместной деятельности;
- устанавливать и сравнивать разные точки зрения, прежде чем принимать решения и делать выбор;
- аргументировать свою точку зрения, спорить и отстаивать свою позицию не враждебным для оппонентов образом;
- задавать вопросы, необходимые для организации собственной деятельности и сотрудничества с партнёром;
- осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь;
- адекватно использовать речь для планирования и регуляции своей деятельности;
- адекватно использовать речевые средства для решения различных коммуникативных задач; владеть устной и письменной речью; строить монологическое контекстное высказывание;
- организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками, определять цели и функции участников, способы взаимодействия; планировать общие способы работы;
- осуществлять контроль, коррекцию, оценку действий партнёра, уметь убеждать;
- работать в группе — устанавливать рабочие отношения, эффективно сотрудничать и способствовать продуктивной кооперации; интегрироваться в группу сверстников и строить продуктивное взаимодействие со сверстниками и взрослыми;
- основам коммуникативной рефлексии;
- отображать в речи (описание, объяснение) содержание совершаемых действий как в форме громкой социализированной речи, так и в форме внутренней речи.

Выпускник получит возможность научиться:

- учитывать разные мнения и интересы и обосновывать собственную позицию;
- понимать относительность мнений и подходов к решению проблемы;
- брать на себя инициативу в организации совместного действия (деловое лидерство);
- оказывать поддержку и содействие тем, от кого зависит достижение цели в совместной деятельности;
- осуществлять коммуникативную рефлексию как осознание оснований собственных действий и действий партнёра;
- в процессе коммуникации достаточно точно, последовательно и полно передавать партнёру необходимую информацию как ориентир для построения действия;
- вступать в диалог, а также участвовать в коллективном обсуждении проблем, участвовать в дискуссии и аргументировать свою позицию, владеть монологической и диалогической формами речи в соответствии с грамматическими и синтаксическими нормами родного языка;
- устраивать эффективные групповые обсуждения и обеспечивать обмен знаниями между членами группы для принятия эффективных совместных решений;
- в совместной деятельности чётко формулировать цели группы и позволять её участникам проявлять собственную энергию для достижения этих целей.

Предметные результаты:

В результате изучения курса выпускник научатся:

- использовать признаки делимости;

- способам решения логических задач;
- способам преобразования числовых выражений, содержащих дроби.
- выполнять деление чисел, используя признаки делимости;
- решать задачи с использованием свойств четности;
- применять основную теорему арифметики и использовать свойства делимости;
- находить часть и проценты от числа при решении более сложных задач на

проценты;

Выпускник получают возможность научиться:

- применять принцип Дирихле при решении простейших задач и задач с «геометрической» направленностью, в задачах теории чисел и комбинаторно-логических задачах;
- находить несколько правильных решений одной и той же задачи, вести разумную запись решения задач на переливания и взвешивания,
- применять способы преобразования числовых выражений, содержащих дроби,
- применять основную теорему арифметики и использовать свойства,
- научиться находить часть и проценты от числа при решении более сложных задач.
- применять методы «модуль», «разбиение на пары», алгебраические методы, неравенство и рост при решении задач теории чисел;
- научиться решать ключевые задачи по темам «площадь», «метод вспомогательной окружности»;
- решать задачи с параметрами, используя свойства квадратного трёхчлена, использовать понятие инварианта при решении разных логических задач;
- решать серию ключевых задач по теории графов;
- пользоваться методом математической индукции при доказательстве утверждений основанных на числах натурального ряда;
- накопить некоторый «багаж» олимпиадных идей и методов решения, что позволит им не пугаться незнакомых задач, в том числе и тех, которые не входят в базовую школьную программу.

Содержание курса внеурочной деятельности

Делимость и простые числа.

Деление с остатком. Задачи на применение признаков делимости. Общие делители и общие кратные. Алгоритм Евклида. Теорема о простом делителе. Основная теорема арифметики. Малая теорема Ферма. Китайская теорема об остатках.

Уравнения в целых числах и методы их решения.

Модуль (сравнения). Неравенства и рост. Разбиение на пары. Алгебраический метод (задачи высокого уровня сложности)

Уравнения в целых числах и методы их решения.

Решение линейных уравнений с двумя переменными. Модуль (сравнения). Неравенства и рост. Разбиение на пары. Алгебраический метод.

Задачи на построение при помощи циркуля и линейки. Метод ГМТ, симметрия. Построение треугольников по трём элементам.

Логические задачи.

Решение логических задач составлением таблиц. Решение логических задач с помощью схем. Задачи с конечными множествами. Задачи о лгунах и рыцарях.

Метод вспомогательной окружности .

Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим.

Доказательство неравенства Коши. Среднее гармоническое и среднее квадратичное. Доказательство неравенств.

Доказательство неравенств. Одинаково упорядоченные последовательности.

Доказательство неравенств разными способами.

Принцип Дирихле и его применение при решении задач.

Понятие о принципе Дирихле. Решение простейших задач на применение принципа Дирихле. Принцип Дирихле в задачах с «геометрической» направленностью.

Квадратный трёхчлен. Задачи с параметрами. Использование при доказательстве неравенств. Расположение корней квадратного трёхчлена. Квадратный трёхчлен в доказательстве неравенств.

Планиметрические высокого уровня сложности. Решение задач по планиметрии школьного и олимпиадного курса. Необходимые тригонометрические формулы выводятся из треугольника для углов меньших 90° .

Задачи по планиметрии.

Вписанные четырехугольники.

Параллельность, перпендикулярность, площади. Метод подобия. Инверсия. Инварианты.

Графы.

Изоморфность, степени вершин, деревья, теорема о вершинах и рёбрах дерева.

Многочлены.

Многочлены как алгебраические объекты, и как функциональные. Равенство многочленов. Функциональные уравнения на множестве многочленов.

Доказательство неравенств. Одинаково упорядоченные последовательности.

Доказательство неравенств разными способами.

Принцип Дирихле и его применение при решении задач. Понятие о принципе Дирихле. Решение простейших задач на применение принципа Дирихле. Принцип Дирихле в задачах с «геометрической» направленностью.

Квадратный трёхчлен. Задачи с параметрами. Использование при доказательстве неравенств.

Расположение корней квадратного трёхчлена. Квадратный трёхчлен в доказательстве неравенств.

Метод математической индукции в олимпиадных задачах.

Решение задач на доказательство методом математической индукции школьного и олимпиадного курса.

Разбор задач муниципального и регионального этапов ВОШ, олимпиады Эйлера, Ломоносова и др.

При проведении курса используются разнообразные **виды деятельности**, позволяющие активизировать работу учащихся: познавательная, учебно-тренировочная, исследовательская, информационно-коммуникативная, рефлексивная.

Уроки курса организуются в **форме**: уроков - презентаций, уроков- лекций, уроков - практикумов, уроков - исследований, лабораторных работ, зачетов – практикумов, семинаров, урока - работы в малых группах, проблемного урока.

Тематическое планирование

8 класс

	тема	часы	Основные виды учебной деятельности	Форма организации деятельности
1	1. Делимость и простые числа	8	Понимание признаков делимости с доказательством Установка связей между НОД и НОК. Понимание того что НОД двух чисел сохраняется в их линейной комбинации. Подбор модуля для наложения ограничений Понимание единственности разложения на простые множители Микроолимпиада. Решение задач.	Круглый стол Практическое занятие
2	Уравнения в целых числах и методы их решения	6	Исследование систем линейных уравнений с параметрами. Подбор модуля для наложения ограничений Использование формул сокращённого умножения в задачах теории чисел. Использование количественных оценок в задачах теории чисел.	Лекция Практическое занятие
3	Задачи на построение при помощи циркуля и линейки. Метод ГМТ, симметрия. Построение треугольников по трём элементам	6	Анализ, построение, доказательство и исследование в построениях фигур при помощи ГМТ Анализ, построение, доказательство и исследование в построениях фигур при помощи преобразований	Лекция. Практическое занятие
4	Логические задачи	8	Составление таблиц истинности Выполнение логических действий Применение идей логики в задачах о лгунах и рыцарях Применение идей логики в задачах о лгунах и рыцарях	Практическое занятие
5	Метод вспомогательной окружности	8	Понимание свойств центральных и вписанных углов Использование метода вспомогательной окружности Установление равенства углов при помощи изученной теоремы Использование метода вспомогательной окружности	Практическое занятие
6	Неравенство между средним арифметическим и	8	Понимание и воспроизведение доказательства неравенства Коши.	Практическое занятие

	средним геометрическим		Понимание и воспроизведение доказательства неравенства между ср. гармоническим и ср. геометрическим. Понимание и воспроизведение доказательства неравенства между ср. арифметическим и ср. квадратичным Применение классических неравенств при доказательстве неравенств Управляемая самостоятельная работа	
7	Доказательство неравенств. Одинаково упорядоченные последовательности	8	Понимание теорем об одинаково упорядоченных последовательностях Использование монотонности функций при доказательстве неравенств Использование монотонности функций при доказательстве неравенств Решение ключевых задач Решение ключевых задач	Лекция. Практическое занятие
8	Принцип Дирихле и его применение при решении задач	6	Понимание принципа Дирихле Узнавание основных задач решаемых с помощью принципа Дирихле Узнавание основных задач решаемых с помощью принципа Дирихле Узнавание основных задач решаемых с помощью принципа Дирихле ч	Практическое занятие
9	Квадратный трёхчлен. Задачи с параметрами. Использование при доказательстве неравенств	4	Изучение условий расположения корней квадратного трёхчлена. Использование свойств квадратного трёхчлена в доказательстве неравенств	Практическое занятие
10	Планиметрические задачи высокого уровня сложности	4	Воспроизведение вывода формул тригонометрии для острого угла Решение ключевых задач	Практическое занятие
11	Разбор задач муниципального этапа олимпиады, а также регионального этапа, олимпиады Эйлера, Ломоносова, и др.	2	Выделение методов решения творческих задач, поиск методов, оформление решений.	Практическое занятие

Календарно-тематическое планирование

№пп	Тема занятия	Количество часов	Дата проведения		Примечание
			планируемая	фактическая	
1. Делимость и простые числа (8 часов).					
1	Деление с остатком. Задачи на применение признаков делимости.	1	07.09		
2	Задачи на применение признаков делимости.	1	07.09		
3	Общие делители и общие кратные.	1	14.09		
4	Алгоритм Евклида.	1	14.09		
5	Решение задач.	1	21.09		
6	Решение задач.	1	21.09		
7	Теорема о простом делителе. Основная теорема арифметики.	1	28.09		
8	Решение задач.	1	28.09		
2. Уравнения в целых числах и методы их решения (6 часов). Решение ключевых задач. Использование различных подходов в решении Диофантовых уравнений					
9	Решение линейных уравнений с двумя переменными.	1	05.10		
10	Модуль.	1	05.10		
11	Алгебраические методы	1	12.10		
12	Алгебраические методы	1	12.10		
13	Неравенства и рост.	1	19.10		
14	Неравенства и рост	1	19.10		
3. Задачи на построение при помощи циркуля и линейки. Метод ГМТ, симметрия. Построение треугольников по трём элементам (6 часов).					
15	Метод ГМТ.	1	26.10		
16	Метод ГМТ.	1	26.10		
17	Метод ГМТ.	1	09.11		
18	Поворот, параллельный перенос, осевая симметрия.	1	09.11		

19	Поворот, параллельный перенос, осевая симметрия.	1	16.11		
20	Поворот, параллельный перенос, осевая симметрия.	1	16.11		
4. Логические задачи (8 часов).					
21	Решение логических задач составлением таблиц.	1	23.11		
22	Решение логических задач составлением таблиц.	1	23.11		
23	Решение логических задач с помощью схем.	1	30.11		
24	Решение логических задач с помощью схем.	1	30.11		
25	Задачи с конечными множествами. Задачи о лгунах и рыцарях.	1	07.12		
26	Задачи с конечными множествами. Задачи о лгунах и рыцарях.	1	07.12		
27	Решение задач.	1	14.12		
28	Решение задач.	1	14.12		
5. Метод вспомогательной окружности (8 часов).					
29	Центральные и вписанные углы.	2	21.12		
30	Центральные и вписанные углы		21.12		
31	Условие нахождения четырёх точек на одной окружности.	2	28.12		
32	Условие нахождения четырёх точек на одной окружности.		28.12		
33	Угол между хордой и касательной.	2	11.01		

34	Угол между хордой и касательной		11.01		
35	Решение задач.	2	18.01		
36	Решение задач.	1	18.01		
6. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим (8 часов).					
37	Неравенство Коши. Доказательство неравенств.	1	25.01		
38	Неравенство между ср. гармоническим и ср геометрическим.	1	25.01		
39	Неравенство между ср. арифметическим и ср квадратичным.	1	01.02		
40	Доказательство неравенств	1	01.02		
41	Решение задач муниципальной олимпиады	1	08.02		
42	Решение задач муниципальной олимпиады	1	08.02		
43	Решение задач муниципальной олимпиады	1	15.02		
44	Решение задач муниципальной олимпиады	1	15.02		
7. Доказательство неравенств. Одинаково упорядоченные последовательности (8 часов).					
45	Одинаково упорядоченные последовательности	1	22.02		
46	Монотонные функции	1	22.02		
47	Монотонные функции	1	29.02		
48	Доказательство неравенств	3	29.02		
49	Доказательство неравенств		07.03		
50	Доказательство неравенств		07.03		
51	Олимпиада Эйлера	1	14.03		
52	Региональная олимпиада	1	14.03		
8. Принцип Дирихле и его применение при решении задач (6 часов).					

53	Понятие о принципе Дирихле.	1	21.03		
54	Решение простейших задач на применение принципа Дирихле.	1	21.03		
55	Решение простейших задач на применение принципа Дирихле.	1	04.04		
56	Принцип Дирихле в задачах с «геометрической» направленностью.	1	04.04		
57	Принцип Дирихле в задачах с «геометрической» направленностью.	1	11.04		
58	Решение задач.	1	11.04		
9. Квадратный трёхчлен. Задачи с параметрами. Использование при доказательстве неравенств (4 часа).					
59	Расположение корней квадратного трёхчлена.	1	18.04		
60	Расположение корней квадратного трёхчлена.	1	18.04		
61	Квадратный трёхчлен в доказательстве неравенств.	1	25.04		
62	Квадратный трёхчлен в доказательстве неравенств.	1	25.04		
10. Планиметрические задачи высокого уровня сложности (4 часов).					
63	Формулы тригонометрии для острого угла	1	02.05		
64	Формулы тригонометрии для острого угла	1	02.05		
65	Решение задач.	1	16.05		
66	Решение задач.	1	16.05		
11. Разбор задач муниципального этапа олимпиады, а также регионального этапа, олимпиады Эйлера, Ломоносова, и др. (2 часа)					

67-68	Выделение методов решения творческих задач, поиск методов, оформление решений.	2	23.05		
-------	--	---	-------	--	--

Описание учебно-методического и материально-технического обеспечения образовательного процесса

1. Фарков А.В. Готовимся к олимпиадам по математике: учебно-методическое пособие. – М.: Издательство «Экзамен», 2010;
2. Сгибнев А.И. Делимость и простые числа. – М.: МЦНМО, 2012;
3. Фарков А.В. Математические олимпиады: муниципальный этап. 5-11 классы. – М. ИЛЕКСА, 2012;
4. Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Математика: Задачи на смекалку. – М.: Просвещение, 2008 г.
5. Коннова Е.Г.; под ред. Ф.Ф.Лысенко. Математика. Поступаем в вуз по результатам олимпиад.: 5-8 класс. Ч. 1.: учебно-методическое пособие. – Ростов-на-Дону: Легион-М, 2009.
6. Коннова Е.Г.; под ред. Ф.Ф.Лысенко. Математика. Поступаем в вуз по результатам олимпиад.: 6-9 класс. Ч. 2.: учебно-методическое пособие. – Ростов-на-Дону: Легион-М, 2009.
7. [http://school-collection.edu.ru/catalog/pupil/?&subject\[\]=16&class\[\]=49](http://school-collection.edu.ru/catalog/pupil/?&subject[]=16&class[]=49) - единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.
8. http://www.problems.ru/about_system.php - проект МЦНМО «задачи»
9. <http://www.shevkin.ru/?action=Page&ID=384> – готовься к олимпиадам и конкурсам.
10. Задачи муниципальных , Региональных, Всероссийских олимпиад , текущего года.
11. Рукшин С. Е. Теория чисел в задачах
12. Шарыгин И. Ф Сборник задач по планиметрии

Критерии и нормы оценки знаний и навыков.

Для оценки работы учеников созданы КИМ, включающие «олимпиадный стандарт» - набор опорных задач.

8 класс

Проверочная работа 1.

1. Какой цифрой оканчивается сумма $9^{2007} + 2^{2006}$?
2. Существует ли такой круг, чтобы его площадь и длина окружности выражались одним и тем же числом ?
3. В оранжерее было срезано 360 гвоздик. Причем красных на 80 больше, чем белых, а розовых на 160 штук меньше, чем красных.
Какое наибольшее число одинаковых букетов можно составить из этого количества цветов ?
Сколько и каких цветов было в каждом букете?

Проверочная работа 2.

1. После семи стирок измерения куска хозяйственного мыла, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, уменьшились вдвое.
На сколько еще стирок хватит оставшегося куска мыла ?
2. Какими двумя цифрами заканчивается число $13!$?
3. Из 38 учащихся 28 посещают хор и 17 лыжную секцию.
Сколько лыжников посещает хор, если в классе нет учащихся, которые не посещают хор или лыжную секцию ?

Проверочная работа 3.

1. Окружность касается квадрата извне и «катится» по нему без скольжения. Сколько полных оборотов сделает эта окружность около своего центра и какой путь пройдет центр окружности к моменту возвращения в исходную точку, если длина стороны квадрата равна длине окружности и радиус окружности равен a см ?
Те же вопросы, если окружность «катится» по сторонам равностороннего треугольника.
2. Во время похода палатки расположились в т. А, В, и С.
В каком месте удобно выбрать площадку для проведения общего костра, чтобы расстояние от него до палаток было одинаковым ?
3. Две семьи выехали каждая на машине «Жигули» на прогулку одновременно из одного места.
Обе семьи проехали на машинах одинаковые расстояния и вернулись домой в одно и то же время. В пути они отдыхали. Первая семья была в пути в двое больше времени, чем вторая. Вторая была в пути втрое больше времени. Чем отдыхала первая. Какая из этих семей двигалась на машине быстрее ?

Проверочная работа 4.

1. Корень из числа 49 можно извлечь по такой «формуле»: $\sqrt{49} = 4 + \sqrt{9}$. Существуют ли другие двузначные числа, квадратные корни из которых извлекаются аналогичным образом и являются целыми? Укажите все такие двузначные числа.
2. Мальчик стоит на автобусной остановке и мёрзнет, а автобуса нет. Ему хочется пройти до следующей остановки. Мальчик бежит вчетверо медленнее автобуса и может увидеть автобус на расстоянии 2 км. До следующей остановки ровно километр. Имеет ли смысл идти, или есть риск упустить автобус?
3. Про числа a и b известно, что $a = b + 1$. Может ли оказаться так, что $a^4 = b^4$?